les partícules de gas pot considerar-se com les mines, i una configuració posterior es pot veure com les fàbriques. (Més precisament, es tracta de la distribució de probabilitat de les partícules en cada cas.) Com més lluny s'hagin de moure les partícules de gas per anar d'una configuració a una altra, major serà el cost.

Llavors, hom pot imaginar cadascuna d'aquestes configuracions possibles com corresponent a un punt en un paisatge muntanyós abstracte. La distància entre dos punts es defineix com el cost de transport òptim, i l'altura de cada punt es defineix per l'entropia (els punts baixos amb entropia alta). Això li donà una manera d'entendre el que succeeix quan un gas s'escampa per una habitació: és com si el gas rodés pels vessants d'aquest terreny abstracte, amb les seves configuracions canviants segons s'especifica en els punts del seu camí pendent avall.

Suposem ara que hi ha un ventilador bufant a la sortida del recipient del gas, de manera que aquest no es propaga de manera uniforme mentre es difon. Matemàticament, això pot ser modelat distorsionant o corbant l'espai en què el gas s'està estenent. Villani i Otto es van adonar que la curvatura de l'espai on el gas es propaga es tradueix en la topografia del paisatge abstracte. Aquesta connexió els va permetre aplicar el seu ric coneixement matemàtic sobre curvatura (en particular, la curvatura de Ricci, que va ser fonamental en la solució recent de la conjectura de Poincaré) per a respondre preguntes sobre transport òptim.

D'altra banda, Villani i John Lott van ser capaços d'aprofitar aquests enllaços amb el transport òptim per a desenvolupar encara més la teoria de la curvatura. Per exemple, els matemàtics no havien trobat la manera de definir la curvatura de Ricci en algunes situacions, com per exemple una cantonada aguda. Villani i Lott (i al mateix temps, utilitzant eines complementàries, Karl-Theodor Sturm) van ser capaços d'utilitzar la connexió amb el transport òptim per a oferir una definició i aprofundir en la comprensió matemàtica de la curvatura. Aquesta profunditat en el desenvolupament de noves connexions entre diferents àrees és típica dels treballs de Villani.

Julie Rehmeyer

Premi Nevanlinna 2010: Daniel Spielman, Universitat de Yale, EUA

For smoothed analysis of Linear Programming, algorithms for graph-based codes and applications of graph theory for Numerical Computing.

La programació lineal (LP) és una de les eines més útils en la matemàtica aplicada. Es tracta bàsicament d'una tècnica per a l'optimització d'una funció objectiu subjecta a restriccions lineals d'igualtat i de desigualtat. Potser l'algorisme més antic per a la LP (un algorisme és una seqüència finita d'instruccions per a resoldre un problema computacional; és com un programa d'ordinador) és el que es coneix com el *mètode símplex*. L'algorisme símplex va ser ideat per George Dantzig el 1947, i és extremadament popular per a resoldre numèricament problemes de programació lineal, fins i tot avui en dia. En termes geomètrics, les restriccions defineixen un políedre convex en un espai de dimensió alta i l'algorisme símplex arriba al punt òptim passant d'un vèrtex del políedre a un altre vèrtex veí.

El mètode funciona molt bé en la pràctica, tot i que en el pitjor dels casos (per a *inputs* construïts artificialment) l'algorisme necessita un temps exponencial. Per tant, entendre la complexitat de la LP i la de l'algorisme del símplex han estat grans problemes de la informàtica teòrica. Els matemàtics han estat intrigats per l'eficàcia general del mètode del símplex a la pràctica i han intentat durant molt de temps establir aquest fet com un teorema matemàtic. Si bé l'anàlisi del cas pitjor és una eina eficaç per a estudiar la dificultat d'un problema, no ho és per a estudiar la realització pràctica d'un algorisme. Una alternativa és l'anàlisi del cas mitjà, on es fa una mitjana dels temps necessaris per a tots els *inputs* d'una determinada mida. Però els casos reals que sorgeixen en la pràctica, poden ser diferents del cas mitjà. Així, l'anàlisi del cas mitjà no sempre és adequada.

El 1979 L. G. Kachian va demostrar que el problema LP és a P, és a dir, hi ha un algorisme per a la programació lineal que funciona en temps polinomial, i això va portar al descobriment d'algorismes polinomials per a molts problemes d'optimització. La creença general llavors fou que hi ha una correspondència real entre ser bo en teoria i ser bo en la pràctica; que aquests dos aspectes no poden coexistir per a la LP. No obstant això, el mètode del punt interior de Narendra Karmarkar del 1984 i les seves posteriors variacions, amb complexitat polinòmica, va trencar aquesta creença. Els mètodes de punt interior construeixen una seqüència de punts accessibles, que es troben a l'interior del políedre, mai en el seu límit (enfront de la ruta de vèrtex a vèrtex seguida per l'algorisme del símplex), que convergeix a la solució. L'algorisme de Karmarkar i els descobriments teòrics i pràctics posteriors competeixen en eficàcia amb el mètode del símplex i de vegades són superiors.

Però, malgrat aquests avenços, el mètode del símplex segueix sent el mètode més popular per a la solució de problemes de la LP, i no hi havia cap explicació satisfactòria del seu excel·lent comportament fins que el bell concepte de *smoothed analysis* introduït per Spielman i Shang-Hua Teng els va permetre de demostrar un teorema matemàtic en aquest sentit.

L'*smoothed analysis* fa una anàlisi més realista de l'execució pràctica de l'algorisme que no pas els escenaris de cas pitjor o de cas mitjà. Ofereix «una manera», segons Spielman, «d'explicar l'èxit pràctic dels algorismes i heurístiques que tenen un comportament dolent en el cas del pitjor *input*». L' *smoothed analysis* és un híbrid de les anàlisis de cas pitjor i cas mitjà, que hereta els avantatges d'ambdós. «La prova de Spielman i Teng és realment un *tour de force*», diu Gil Kalai, un professor de matemàtiques de la Universitat Hebrea de Jerusalem i professor adjunt de matemàtiques i ciències de la computació a la Universitat de Yale.

La «complexitat suavitzada» d'un algorisme ve donada pel rendiment de l'algorisme sota lleugeres pertorbacions aleatòries dels pitjors *inputs*. Si la complexitat suavitzada és baixa, aleshores l'algorisme del símplex, per exemple, ha de donar bons resultats en casos pràctics en els quals les dades d'entrada estan subjectes a sorolls i pertorbacions. És a dir, si bé pot haver-hi *inputs* patològics en què el mètode falla, lleugeres modificacions de qualsevol exemple patològic dóna un problema senzill, en què el mètode del símplex funciona molt bé. «A través de l'*smoothed analysis*, els teòrics poden trobar motius per a apreciar heurístiques que prèviament havien rebutjat. Més encara, esperem que l'*smoothed analysis* inspirarà el disseny d'algorismes bons que podrien haver estat rebutjats per tenir una complexitat dolenta en el cas pitjor», ha dit Spielman.

L'Association for Computing Machinery (ACM) i l'European Association for Theoretical Computer Science (EATCS) van atorgar el Premi Gödel 2008 a Spielman i Teng per desenvolupar aquesta eina. L'article de Spielman i Teng titulat «Smoothed analysis of algorithms: why the simplex algorithm usually takes polynomial time», publicat a la revista de l'ACM, va ser també un dels tres guanyadors del Premi Fulkerson 2009, atorgat conjuntament per l'American Mathematical Society (AMS) i la Mathematical Programming Society (MPS).

Des de la seva introducció el 2001, l'*smoothed analysis* ha estat utilitzat com a base per a una investigació considerable, sobre problemes que van des de la programació matemàtica, l'anàlisi numèrica, l'aprenentatge automàtic o la mineria de dades. «Malgrat això», escriu Spielman, «encara no sabem si l'*smoothed analysis*, la més ambiciosa i teòrica de les anàlisis, donarà lloc a millores en la pràctica.»

Una segona contribució important de Spielman es troba en l'àmbit de la codificació. Gran part de les comunicacions d'avui en dia utilitzen codificació, ja sigui per a preservar la confidencialitat del contingut o per a evitar errors en la comunicació. Els codis correctors d'errors (ECC) són el mitjà amb el qual es corregeixen les possibles interferències en una comunicació. Els ECCs tenen un paper significatiu en la tecnologia moderna, des de les comunicacions per satèl·lit fins a les memòries d'ordinador. Els ECC permeten al receptor recuperar el missatge correcte, encara que un cert nombre de bits del missatge s'hagin corromput, sempre i quan el nombre d'errors estigui per sota d'un cert llindar. Els treballs de Spielman proposen codis que permeten codificar i descodificar ràpidament i que permeten una comunicació amb taxes properes a la capacitat del canal de comunicació.

En la teoria de la informació, el *low-density parity-check code* (LDPC) és un ECC lineal, que corregeix bloc a bloc i que permet la transmissió de missatges a través d'un canal amb soroll. Els codis LDPC es construeixen usant una certa classe de grafs dispersos (on el nombre d'arestes és molt menor al màxim possible). Es tracta de codis que s'aproximen a la capacitat, la qual cosa significa que existeixen construccions pràctiques que permeten establir els llindars de soroll molt a prop del límit teòricament possible. Usant certes tècniques iteratives, els LDPC poden ser descodificats en temps lineal respecte de la seva longitud de bloc.

Una tècnica important per tal de codificar i descodificar de manera eficient es basa en uns grafs molt ben connectats, però alhora dispersos, anomenats *expanders*. És aquesta característica contraintuïtiva i aparentment contradictòria dels *expanders* —que estan dispersos però molt ben connectats— la que els fa molt útils, assenyala Peter Sarnak, un professor de matemàtiques de la Universitat de Princeton. Spielman i els seus coautors han fet una tasca fonamental usant aquests mètodes de teoria de grafs i han dissenyat mètodes molt eficients per a la codificació i descodificació.

L'article més famós de Spielman en aquest camp és «Improved low-density parity check codes using irregular graphs», que va compartir el 2002 Information Theory Society Paper Award. (Els grafs regulars, a diferència dels grafs irregulars, són aquells on cada vèrtex té el mateix nombre de veïns.) Aquest treball va demostrar que els codis LDPC irregulars es comporten molt millor que els més comuns, que utilitzen grafs regulars sobre un canal de soroll blanc, gaussià i additiu (AWGN).

Aquesta fou una extensió del treball anterior «Efficient erasure correcting codes», de Spielman i altres, que havia introduït els codis LDPC irregulars i havia demostrat que podien acostar-se a la capacitat de l'anomenat *binary erasure channel*. Aquests codis proporcionen una solució eficaç a problemes com la pèrdua de paquets a través d'Internet i són particularment útils en la difusió selectiva de comunicacions. També proporcionen una de les millors tècniques conegudes de codificació per a reduir al mínim el consum d'energia necessari per a aconseguir una comunicació fiable en presència de soroll blanc gaussià. Els codis LDPC irregulars han tingut molts altres usos, incloent el recent estàndard DVB-S2 (Digital Video Broadcasting - Satellite v2).

Spielman ha sol·licitat cinc patents per als ECC que ha inventat i quatre d'aquestes ja han estat concedides per l'oficina de patents dels Estats Units.

Computació científica combinatòria és el nom donat al camp interdisciplinari en el qual hom aplica la teoria de grafs i els algorismes combinatoris a problemes de ciències de la computació i d'enginyeria. Spielman ha focalitzat recentment la seva atenció a un dels problemes més fonamentals de la computació: el problema de resoldre un sistema d'equacions lineals, que és fonamental per a aplicacions científiques i d'enginyeria, programació matemàtica i d'aprenentatge automàtic. Ha trobat algorismes remarcables que funcionen en temps lineal i basats en particions de grafs per a diverses classes importants de sistemes lineals. Això ha portat tant a considerables avenços teòrics com a algorismes bons des d'un punt de vista pràctic.

«La bellesa de la interacció entre teoria i pràctica, ja sigui en programació matemàtica, en codis correctors d'errors, en la recerca de dispersors que assoleixen l'anomenada *fita de Ramanujan*, en l'anàlisi d'algorismes, en la teoria de la complexitat computacional, o en l'anàlisi numèrica, és característica de l'obra de Dan Spielman», diu Kalai.

R. Ramachandran

Premi Gauss 2010: Yves Meyer,

professor emèrit a l'École Normale Supérieure de Cachan, França

For fundamental contributions to number theory, operator theory and harmonic analysis, and his pivotal role in the development of wavelets and multiresolution analysis.